

数学单元教学设计的内涵、特征以及基本操作步骤

吕世虎¹, 杨 婷¹, 吴振英^{1,2}

(1. 西北师范大学 教育学院, 甘肃 兰州 730070;

2. 广东肇庆学院 数学与统计学院, 广东 肇庆 526060)

[摘要] 数学单元教学设计是在整体思维指导下, 从提升学生数学核心素养的角度出发, 通过教学团队的合作, 对相关教材内容进行统筹重组和优化, 并将优化后的教学内容视为一个相对独立的教学单元, 以突出数学内容的主线以及知识间的关联性, 在此基础上对教学单元整体进行循环改进的动态教学设计。数学单元教学设计具有整体关联性、动态发展性、团队合作性三个基本特征。其操作步骤流程为: 确定单元教学内容、分析教学要素、编制单元教学目标、设计单元教学流程以及评价、反思与修改。

[关键词] 数学单元教学设计; 内涵; 特征; 操作步骤

[中图分类号] G 633. 6

[文献标识码] A

[文章编号] 1674-5779(2016)04-0041-06

数学教学活动是一个预设与生成相结合的过程, 而预设的主要形式表现为教学设计。以课时为单位的数学教学设计对于合理把握每节课的数学教学活动进程、优化数学教学活动具有重要意义。但其自身也存在不足之处: 易使学生的知识割裂, 不利于形成一个完整的知识链条和结构体系, 而且过多地关注知识与技能, 忽略了情感态度和价值观的培养, 不利于学生学科素养的发展^[1]; 易使教师拘泥于具体内容的“就课论课”, 缺乏对教学整体的把握^[2]。单元教学设计倡导将教学内容置于单元整体内容中去把控, 更多地关注教学内容的本质、蕴涵的思想以及学生素养的培养, 对于改变教师过分关注具体知识点的倾向, 拓展其教学视野以及提高教学效率等有重要作用。本研究拟对数学单元教学设计问题进行深入分析, 揭示其内涵、特征, 探讨数学单元教学设计的基本步骤。

一、数学单元教学设计的内涵

单元教学理论的提出与 19 世纪末欧美国家“新教育运动”的兴起有直接关系, 其倡导者认为学生的学习内容与学习活动应该是一个整体, 教材

的人为分割使得学生学到的知识碎片化, 难以建构完整的思维体系, 不利于发展学生的能力和培养合作精神^[3]。随后“新教育运动”的倡导人——比利时的教育家德克乐利提出教学整体化的原则, 即将每个单元作为一个相对独立的整体, 先制定单元题目, 然后根据单元题目组织教学内容, 安排教学方式, 并要求在一个相对连续的时间内完成单元内容。之后, 杜威主张实用主义的单元教学, 其学生克伯屈在此基础上提出单元教学的具体实施步骤。在我国, 1920 年代梁启超提出“分组比较教学法”, 认为教学需要通盘考虑, 文章不能一篇一篇去讲解, 要将其进行恰当的分组, 且可以选择两个星期教一组, 或三个星期教一组^[4], 这是我国单元教学的雏形。“新文化运动”的爆发, 特别是 1920 年代杜威的来华访问, 加速了实用主义的单元教学理论在我国的传播。该理论首先推动了我国教科书编写的单元化, 其中语文学科将几篇具有相似主题或者体裁的教学内容组成一个有机的整体, 编排成一个相对独立的单元, 率先在教科书的编排中使用单元组合的方式。虽然当时数学教科书没有明确使用“单元”这个词, 但其模块化、章节化的

[收稿日期] 2016-06-27

[基金项目] 全国教育科学“十二五”规划 2011 年度教育部重点课题“高中数学课程整体设计研究”(G1A117001)

[作者简介] 吕世虎 (1963—), 男, 甘肃平凉人, 西北师范大学教授, 博士生导师, 主要从事数学课程与教学论、数学教育史研究

编排体系均具有单元教学所倡导的组合教学内容的思想。其后，单元教学理论也推动了我国教学的单元化。学者覃可林（1995）提出在单元教学中可将几个单元组成一个更大的单元^[5]，使得单元教学不再局限于教科书中的“单元”、“章”或者“编”，教师可以在教材的基础上，创造性地进行单元的组合，构成“大单元”。

1980年代教学设计作为一门独立的领域受到重视，随着单元教学理论的发展，我国开始了针对单元教学设计的相关研究。目前对于单元教学设计的内涵，学者们的观点并不一致。造成分歧的主要原因在于对单元理解的不同，目前对于单元的理解主要有如下两种：第一，现成教材中已有的章节，这是基于教材编排的角度的考虑；第二，根据教学内容在结构上的联系等重新组合的“大单元”，这是基于教学需求层面的考虑。对单元的第二种理解赋予了“单元”更深刻的意义，更好地融入了教师对于教学内容的创造性思考和整合。目前已有的关于数学单元教学设计的研究多是针对具体数学教学内容，如一元二次方程、直线交点坐标与距离公式、函数以及表示函数单调性的单元教学设计等，而有关数学单元教学设计的内涵、特征则缺乏系统性的研究。

基于此，本研究基于“大单元”的角度，结合数学学科特征，将数学单元教学设计的内涵界定为：数学单元教学设计是在整体思维指导下，从提升学生数学核心素养的角度出发，通过教学团队的合作，对相关教材内容进行统筹重组和优化，并将优化后的教学内容视为一个相对独立的教学单元，以突出教学内容的主线以及知识间的关联性，在此基础上对教学单元整体进行循环改进的动态教学设计。优化后的相对独立的数学整体教学内容就是数学单元。数学单元通常由数学教师根据教学需要来决定，它可以以重要的数学概念或核心数学知识为主线组织，也可以以数学思想方法为主线组织，还可以以数学核心素养、基本能力为主线组织。

二、数学单元教学设计的特征

有效的教学设计应当体现出发展性、开放性、生成性与反思性^[5]，数学单元教学设计的视野从课时过渡到了单元，设计过程由静态过渡到了动态，同时设计的主体也由个人过渡到了集体。基于对单元教学设计内涵的理解，研究者认为数学单元教学设计的主要特征如下。

（一）整体关联性

数学单元教学设计的整体关联性主要表现在四个方面：（1）知识内容的整体性。数学单元教学设计将碎片化的数学知识与思想方法等进行模块式整合，有助于从整体上把握教学内容，确保知识结构的完整性，明确单元内容在课标以及整个学段中的定位与要求；（2）教学安排的整体性。数学单元教学设计在单元整体思维的统领下，从单元教学的整体目标出发，统揽全局，将教学活动的每一步、每一个环节都放到教学活动的大系统中考量，而不是片面地突出或者强调某一点^[6]；（3）对学生认知把握的整体性。由于数学单元内容往往会涉及到不同的年级甚至不同的学段，而不同阶段学生认知水平存在较大差异，因此数学单元教学设计需要从整体上去把握学生的认知规律和心理特征；（4）数学单元教学设计在关注整体的同时，更关注部分与部分之间的联系，凸显了关联性。由于数学单元教学设计囊括内容较多，且设计也相对复杂，因此需要将其教学过程划分为不同的阶段，每一个阶段又划分为不同的课时，使得数学单元教学设计在大单元的统领之下，阶段与阶段之间、课时与课时之间既相对独立又相互联系。因此在设计的过程中，既要从小单元整体角度考虑，也要注意所划分的这些阶段之间以及每个阶段的课时之间的衔接、铺垫等。

（二）动态发展性

动态发展性是单元教学设计的重要特征，正如钟启泉所言，单元教学设计不可能一蹴而就，也不可能一劳永逸^[7]，数学单元教学设计是一个不断改进和完善的动态发展过程。其动态发展性主要体现在两个阶段：（1）在教学设计的实施过程中。以单元为单位进行教学设计，会克服课时教学设计留给教师调整教学方案的空间相对较小所带来的僵化性与机械性，进而可以留有充足的时间与空间去调整教学节奏，教师会针对前期教学中出现的问题或者涌现出的新想法，对原有的教学方案加以调整、完善。（2）在教学设计实施之后。单元教学设计实施后，需要对设计进行反思。但并不是反思后弃之不用，而是通过教研团队进行改进，改进后的设计既可用于自己下一轮的教学，也可为下一届教师们的教学服务，这使得教学设计一直处于改进完善之中。

（三）团队合作性

数学单元教学设计对于单个教师的时间与精力来说，具有相当大的挑战性。因此，在单元教学设

计中往往需要以教学团队或者学校教研组为单位，并适时地邀请专家学者参与其中，通过团队成员之间的合作来完成。这就改变了以往的课时教学设计中教师彼此之间缺乏交流所造成的教学设计较为片面的现象。数学单元教学设计的团队合作性体现在以下三个阶段：（1）教学设计的前期准备阶段。在这个阶段教师们高度协作、集思广益，明确单元划分，对教材内容进行统筹重组，梳理内容主线，确定单元教学目标与具体阶段教学计划，从而形成初步的单元教学方案；（2）教学设计的实施阶段。由于最初的教学方案是分工合作完成，所以每一个教师对各个教学环节的熟悉程度并不相同，如果教师在实施这一方案的过程中，发现最初的预设与学生的实际情况发生碰撞时，就需要通过教师间的集体交流来对最初方案进行适当调整；（3）教学设计的评价修改阶段。教师们通过对学生学习结果的评价，总结本次教学的经验与不足，修改教学设计。同时将教学中发现的问题即时反馈给对应年级的教师，使其能够及时对教学作出调整。

三、数学单元教学设计的基本操作步骤

为了提高数学单元教学设计的可操作性，为一线教师提供一个基本的思路和步骤，研究者借鉴20世纪初关于单元教学的相关理论，以及系统论、传播论、学习论的理论，依据“整体”的思想，在与一线教师研讨和交流其实践经验的基础上，结合数学单元教学设计的内涵与特征，提出了数学单元教学设计的具体操作步骤。

综合考虑数学教学设计的基本特征、要求以及单元教学的特殊性，根据数学教学设计的三个大的环节，即前期准备、开发设计、评价修改^[8]，将数学单元教学设计归纳为以下五个步骤：（1）确定单元内容；（2）分析教学要素；（3）编制单元教学目标；（4）设计教学流程；（5）评价、反思与修改。具体操作流程如图1所示。这五个步骤当中，步骤（1）、（2）属于前期准备环节，（3）、（4）属于开发设计环节，（5）属于数学评价修改环节。

（一）确定单元教学内容

教师是单元内容的决定者，在确定“数学单元”内容时教师可以根据教学内容、学生学习情况，选择确定单元内容。对于中小学数学课程内容，通常可以采用三种方式来组织单元教学内容：第一，以重要的数学概念或核心数学知识为主线组织的主题类单元。

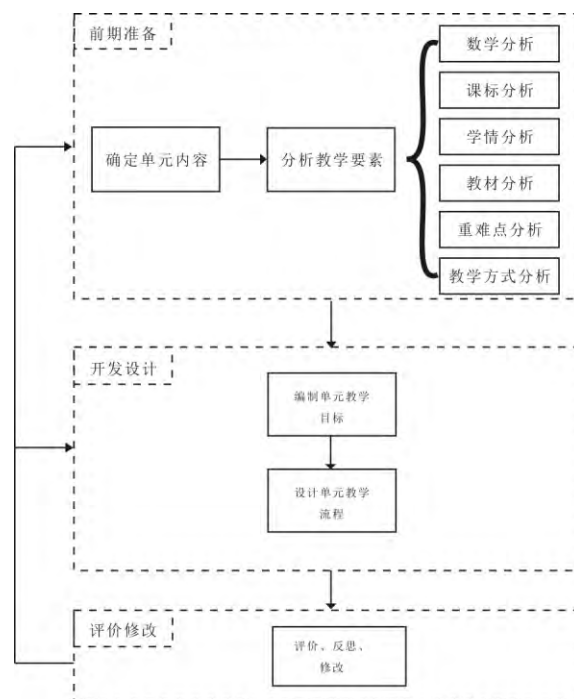


图1 数学单元教学设计的操作流程

例如，函数的单调性、有理数的运算、方程等，可以作为主题类单元来对待。这些单元有些是教材中的章节单元，有些是跨章节的单元，且多以知识的逻辑联系加以组织，呈现出一种递进的关系，可以前后依次展开，表现形式通常是线串式的，我们可以称其为线串式单元。例如，函数单调性的研究是高中数学课程展开的一条主线，它与义务教育阶段的函数概念、函数图形、代数运算，高中阶段的函数概念、函数图形、函数性质、基本初等函数、数列、不等式、导数等内容紧密联系，是高中数学课程的核心内容之一，在中小学数学课程中有承前启后的作用。因此，可以选择对函数单调性的相关内容进行重组和整合，构成一个跨章节的知识主题单元，在高中阶段与函数单调性有关的内容有：必修数学1中的函数概念、函数基本性质、基本初等函数，必修数学5中的数列、不等量关系，选修1-2、选修2-2中的导数及其应用等，这些内容构成了线串式的函数单调性单元（如图2所示）。



图2 “函数单调性”线串式结构单元

第二，以数学思想方法为主线组织的方法类单元。数学思想方法是数学思想和数学方法两者的统一，其既有观念层面的也有操作层面的，如数学表示、数形结合、公理化、数学建模、随机思想、归纳思

想、微积分思想，等等^[9]。第三，以数学核心素养、基本能力为主线的素养类单元。比如可以根据高中数学课程标准修订提出来的6种数学核心素养，即数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析为主线，来组织教学内容^[10]。后两种类型的单元通常是教材中跨章节的内容，表现形式通常是张网式的。比如，数学中有很多体现数形结合思想的内容，如果以数形结合思想方法为主线来组织教学内容，则可以将高中必修课程中的导数的应用、函数与方程、简单线性规划、几何概型、圆与方程以及直线与方程等内容整合在一起构成数形结合思想方法单元，表现为张网式的结构（如图3所示）。

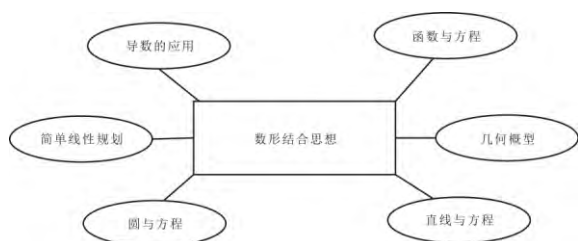


图3 “数形结合思想方法”张网式结构单元

当然如果放在整个高中数学课程中，该单元囊括的内容就会更多一些，所以一个数学单元究竟有多大并没有严格的规定，也并不是一次性就决定的，要根据数学教学目标、教学内容、学生发展的需要和教师自身对教材的驾驭能力等因素来决定。并且在后期的反思修改过程中，根据实际教学的需要可以再适当调整单元的大小。单元不是把教学内容碎片化地当作知识点来处置，而是有机地、模块式地组织与构成^[11]，但无论何种形式的数学单元教学，最终都应聚焦到学生数学核心素养的达成，即要有利于实现学生数学素养的发展。

由于素养类单元相对于主题类和方法类单元，其内容选择、教学阶段以及课时的规划等更难以把握，所以对于新手型数学教师建议先选择“章节单元”，从一章节中的一部分做起、再到整个章节。随着教师教材驾驭能力增强，对学生情况了解的深入，可以选择跨章节的内容来做“主题类单元”，进而逐渐过渡到“方法类单元”、“素养类单元”。当然对于有经验的数学教师，则可直接选择做“方法类单元”或者“素养类单元”。

（二）分析教学要素

教学要素分析是编制单元教学目标的依据，也是单元教学设计的关键环节。数学单元教学设计的教学要素分析应该包括以下六个方面的内容：数学分析、

课标分析、学情分析、教材分析、重难点分析以及教学方式分析。具体要素分析的内容如表1所示。

表1 教学要素分析的内容

要素	内容
数学分析	1. 本单元内容的数学本质、数学文化以及所渗透的数学思想等 2. 本单元内容在本学段数学课程中的地位 3. 本单元内容在中小学数学教学中的地位和作用 4. 本单元内容在数学整体中的地位 5. 本单元内容与本学段、前后学段以及大学其他知识点间的联系 ^[12]
课标分析	1. 课标中对单元内容的要求 2. 课标中对单元内不同内容要求的关联
学情分析	1. 学生学习新知识的预备状态 2. 学生对即将要学习的内容的了解程度 3. 学生学习新知识的情感态度 4. 学生的学习方法、习惯以及风格
教材分析	比较新旧教材以及不同版本教材的异同以及概念引入、情境创设、例题习题的编排方式等
重难点分析	1. 单元整体教学重难点 2. 具体课时重难点
教学方式分析	从单元整体角度出发，选择恰当的教学方式（体现学生主体性）

（三）编制单元教学目标

恰当的教学目标在整个数学教学设计的过程中起着举纲导向的作用^[13]。单元教学目标是单元教学过程设计的依据，也是单元教学设计的核心，所以教学目标的确定与细化表达是单元教学设计过程中最关键的一个环节。对于数学单元教学目标，一方面要凸显其整体性与统领性。单元教学目标并非课时目标的简单累加，因此在设置上需要瞻前顾后，考虑课时前后的关系以避免课时教学的孤立性和盲目性，突出其对于重点知识和能力的要求，并落实到学生数学素养的达成；另一方面要呈现出一定的层序性。单元教学目标的达成最终要落实到课时当中，需要按照教学的“节”或“课”的编排顺序来分步实施，循序渐进。例如，函数单调性单元教学目标可表述为：（1）经历用几何方法、代数方法和导数方法研究函数单调性的过程，理解函数单调性的概念、掌握研究函数单调性的方法，体会用代数方法与导数方法研究函数单调性的特征以及引入导数方法的必要性和重要性，加深对函数概念的理解。提升数学抽象、数学运算等数学素养。（2）通过梳理与函数单调性相关的内容，如，函数定义域、值域、函数图形、函数最值、不等式、函数零点与方程根、导数等，体会函数单调性对研究函数

的重要性及其与其他数学内容的内在联系，提升整体把握数学内容的能力，增强学习数学的信心。提升逻辑推理、直观想象等数学素养。(3) 经历用函数单调性解决问题的过程，体会函数单调性在解决问题中的作用。提升数学建模数学素养。

(四) 设计单元教学流程

单元教学流程是在要素分析以及单元教学目标确定的基础上，针对整个单元的教学内容选择教学策略，进一步形成的单元教学方案。“单元教学设计所强调的是—个整体，也就是—个大的森林。”^[14]然而要实现这个整体，需要从单元的宏观开始，逐层过渡到微观。具体地说要将其细化为不同的阶段，同时每一个阶段又在一定的课时中去实现。在单元教学目标确定之后，需要将单元教学流程进行分解，所以在教学流程设计中，要从单元流程到课时流程，做到既有阶段性，又有连续性，在考虑到教学前后衔接的同时，又能照顾到每个课时之间的联系。这样单元教学的流程就在两个层次上展开，—个是单元整体流程，指的是整个单元的阶段划分以及针对教学重难点、学情分析对每个阶段课时的划分；另—个是课时流程，指在考虑每节课彼此之间以及其与单元总目标之间联系的基础上，落实到—个课时的具体教学方案，在此基础上形成单元教学方案（如图4所示）。

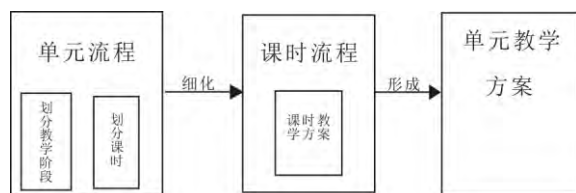


图4 教学流程设计

比如，函数单调性单元横跨了好几个章节的内容，在教学过程中可以将其划分为—个不同的阶段，来分步实施：第一阶段：在初中学习的基础上，从图形、图形语言出发，建立用符号语言严格表述的单调性概念。结合具体的函数，理解证明函数单调性的基本方法。第二阶段：研究—些基本函数类的变化，理解单调性的作用，建立几何直观。第三阶段：结合不等关系的学习，理解单调性与不等关系之间的联系。第四阶段：建立导数与单调性联系，—步认识函数是刻画变化的数学模型。第五阶段：以单调性作为主线，梳理函数，通过理解函数是研究变化的模型，—步认识模型的作用。在此基础上根据前面对教学要素的分析，来初步规划—阶段所需要的课时，并设计—个课时的具体

教学方案，从而形成函数单调性单元教学方案。

(五) 评价、反思与修改

评价、反思与修改是数学单元教学设计的最后—个环节。数学教师应当在实施教学之前依据教学目标编制评价标准，并在单元教学实施之后，依据标准去评价学生的学习成果，做到目标、教学、评价三者的统一。由于数学单元教学设计是—个连续的、不断改进的动态过程，—轮教学使用后可服务于—轮的教学，因此教学实施之前应对学生的知识掌握、认知水平等进行—个前测，对当前的设计进行优化。同时，在教学实施之后，也要对学生的—些成果进行跟踪性的评价，以完善后续的设计。如果教师能对教学进行深刻反思，那么其对教学行为产生结果优劣的判断就会有更为准确，同时对教学行为的调整能力也会更强^[15]。因此在实施教学的过程中，教师要根据评价结果对单元教学内容、目标的确定以及流程的规划等进行反思，并对原有的教学计划进行调整和修改，如教学设计中某些内容的位置，课时的规划等。同时，在单元教学完成之后，教研团队也应该集体反思数学教学内容、学生的数学学习活动以及教师们的教学过程和结果中存在的问题，在相互借鉴、交流的基础上对最初的教学设计进行改进^[16]。

四、结语

从更高的观点，能看出停留在低层次所不能发现的事物之间的联系和共同之处。^[17]数学单元教学设计正是从整体功能出发，从更高观点对数学教学中的各要素进行系统的综合考量，使其产生整体效益。对于数学教学而言，数学单元教学设计的价值在于：首先，有助于教师角色的转变以及学生的学习方式的转变，凸显学生的主体性。单元教学设计改变了以往教学设计中注重教师的教而忽视学生的学的倾向，不再只是单纯的注重知识的传递，在具体教学中，为学生提供充足的探索交流的时间，同时给予教师更多的选择，使得学生主动实践、自主探究、合作交流等教学方式得以更好地落实^[18,19]；其次，有助于教师对重难点的把握。重难点不再仅仅局限于—个小节，而是对单元整体的规划，这样—个阶段、—个课时的教学就更具有针对性，数学知识的规划、思想方法的体现以及情感的渗透也会更有依据。数学教师教学水平的高低，首先表现在对教学内容的把握上^[20]，只有从整体上把握教学内容，才会避免纠缠于细枝末节，做到胸有成竹、游

刃有余。因此,数学单元教学设计并非只是一种形式,它需要落实到每一位数学老师的日常教学过程当中,教师要有意识地去培养单元意识和单元备课

的工作习惯,把教学内容放到整体、单元中去全盘思考。当然单元教学设计并非一个人一次就能够做到完美,要在团队中不断探索与交流,提升自我。

[参考文献]

- [1] 季苹. 如何落实三维教学目标? (一) ——对教学“单元”的再理解 [J]. 基础教育课程, 2005, (8): 18-25.
- [2] 胡小勇. 问题化教学设计——信息技术促进教学改革 [M]. 北京: 教育科学出版社, 2006.
- [3] 李荣华. 初中化学单元教学的实践研究 [D]. 北京: 首都师范大学, 2014.
- [4] 梁启超. 中学以上作文教学法 [M]. 北京: 中华书局, 1932.
- [5] 覃可林. 单元教学漫谈 [J]. 广西师范大学学报(哲学社会科学版), 1995, (1): 81-85.
- [6] 徐宾. 有效教学设计的基本特征和策略 [J]. 现代中小学教育, 2009, (2): 23-24.
- [7] 马兰. 整体化有序设计单元教学探讨 [J]. 课程·教材·教法, 2012, 32 (2): 23-31.
- [8] 陈彩虹. 基于核心素养的单元教学设计——全国第十届有效教学理论与实践研讨会综述 [J]. 全球教育展望, 2016, (1): 121-128.
- [9] 何小亚. 学生“数学素养”指标的理论分析 [J]. 数学教育学报, 2015, 24 (1): 13-20.
- [10] 洪燕君. 普通高中数学课程标准(修订稿)的意见征询 [J]. 数学教育学报, 2015, 24 (3): 35-39.
- [11] 钟启泉. 学会“单元设计” [N]. 中国教育报, 2015-06-12.
- [12] 李大永, 章红. 基于整体把握的运算主线下的“分数整数幂”教学 [J]. 数学教育学报, 2016, 25 (1): 61-66.
- [13] 胡小松, 朱德全. 论数学教学设计的逻辑起点 [J]. 数学教育学报, 2000, 9 (3): 33-36.
- [14] 薛红霞. “整体学习”思想下的单元教学设计——以“3.3直线的交点坐标与距离公式”为例 [J]. 中小学数学, 2013, (1): 6-13.
- [15] 张昆, 曹一鸣. 完善数学教师教学行为的实现途径 [J]. 数学教育学报, 2015, 24 (1): 33-37.
- [16] 周根龙. 试论数学教学反思 [J]. 数学教育学报, 2003, 12 (1): 90-93.
- [17] 王仲春. 数学思维与数学方法论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [18] 罗强. 从“为教学设计学习”到“为学习设计教学”——对“函数的单调性”教学设计的改进和反思 [J]. 数学教育学报, 2008, 17 (2): 85-89.
- [19] 吴宝莹, 陈敏. 数学教学设计的取向与定位 [J]. 数学教育学报, 2012, 21 (3): 80-90.
- [20] 李祎. 高水平数学教学到底教什么 [J]. 数学教育学报, 2014, 23 (6): 31-35.

Connotation, Characteristics and Basic Procedures of the Instructional Design of a Unit of Mathematics

LV Shi-hu¹, YANG Ting¹, WU Zhen-ying^{1,2}

(1. School of Education, Northwest Normal University, Gansu Lanzhou 730070, PRC;

2. School of Mathematics and Statistics, Zhaoqing University, Zhaoqing, Guangdong, 526060, PRC)

[Abstract] The instructional design of a unit of mathematics is a dynamic, systematic and recursive instructional design of a relatively independent unit of mathematics, done collectively within a teaching team under the guidance of holistic principles with the aim of enhancing students' core literacy of mathematics. The textbook contents must be restructured and optimized so as to reflect the theme of the teaching contents and link between mathematical knowledge. There are three main characteristics of mathematics unit design: integrity and relevance, dynamic development, and team cooperation. The procedures are as follows: determining the contents, analysis of the teaching elements, setting up the teaching objectives, designing the teaching process, and evaluating, reflecting on and modifying the final procedures.

[Key words] instructional design of a mathematics unit; connotation; characteristics; procedures

(责任编辑 王鉴/校对 王明娣)